

文章编号: 1000-8055(2004)01-0012-05

时间硬化蠕变本构方程耦合损伤的应用研究

石多奇, 杨晓光

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100083)

摘要: 使用时间硬化的蠕变方程, 考虑各向同性蠕变损伤, 采用应变等效原理, 推导出时间硬化形式的多轴蠕变损伤方程, 经过一维简化, 提出了通过单轴蠕变实验确定材料参数的方法, 并用来确定镍基高温合金 Udimet720Li 在两个不同温度下的蠕变和损伤参数。通过有限元计算并与实验数据进行了对比, 验证了耦合损伤的多轴蠕变方程以及材料参数确定方法应用于实际的可行性。

关键词: 航空、航天推进系统; 蠕变损伤; 多轴蠕变; 时间硬化; 高温合金

中图分类号: V 231.95

文献标识码: A

Application of The Time-Hardening Creep Law Coupling Damage

SH IDuo-qi, YANG Xiao-guang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Considering the isotropic damage, the principal of strain-equivalence was utilized to constitute the multiaxial creep equations together with the time-hardening creep law. The method of determining material parameters was developed through uniaxial creep test data. Numerical simulations were conducted by implementing them into ABAQUS using a user subroutine UMAT through a self-adaptive forward Euler integrate algorithm. Analysis was carried out for the evolution of creep damage and the influences of temperature and load.

Key words: aerospace propulsion system; creep damage; multi-axial creep; time hardening; super-alloy

实验及理论计算结果表明, 航空发动机热端部件, 尤其是高压涡轮叶片、盘等零部件的蠕变/持久损伤是导致失效的主要因素, 因此高温状态恒定应力作用下构件的蠕变变形和蠕变断裂就成为这些构件的设计极限条件, 在燃气涡轮发动机的设计中, 提供足够的蠕变/持久断裂寿命是热端部件重要的设计准则之一^[1]。因此准确地进行蠕变分析就显得非常重要。

在一般情况下, 人们将恒定温度时受单轴恒定载荷作用下发生的蠕变变形划分为三个阶段,

而蠕变第三阶段的特征是蠕变损伤迅速上升最终导致断裂, 因此第三阶段是比较危险的。传统的蠕变方程, 如时间硬化蠕变理论和应变硬化理论, 主要用于描述恒定蠕变速率, 是针对蠕变第一、二阶段进行分析。而实际中由于载荷和温度的原因, 有些材料并不明显体现蠕变三阶段的划分, 恒定蠕变率的时间并不长, 这就为蠕变分析带来了困难。

本文利用Lemaitre应变等价原理^[2]引入损伤因子, 将一维时间硬化蠕变准则扩展为耦合损伤的多轴形式, 使之能够描述整个蠕变阶段。作为例

收稿日期: 2003-02-27; 修订日期: 2003-05-21

作者简介: 石多奇(1975-), 男, 内蒙古临河人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院博士生, 主要从事高温结构强度本构理论及疲劳研究

子, 本文以镍基高温合金 U dimet720 Li 材料单轴蠕变实验结果为基础, 拟合出扩展形式蠕变准则的参数, 得到了比较满意的结果。

1 多轴时间硬化蠕变法则

1.1 无损伤的蠕变演化方程

在小变形情况下, 蠕变应变率张量 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 仍然服从 Prandtl-Reuss 塑性流动方程:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \lambda \cdot S_{ij} \quad (1)$$

其中: 应力偏量 $S_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3) \delta_{ij} \sigma_{kk}$, δ_{ij} 为 Kronecker Delta 函数, 当 $i = j$, $\delta_{ij} = 1$; $i \neq j$, $\delta_{ij} = 0$ 。 σ_{kk} 为 3 个主应力分量之和。

由塑性理论可知, 为了确定式(1)中的塑性乘子 λ , 需要引入一个硬化条件。这里需要“单一曲线假设”: 认为多轴应力蠕变中的等效蠕变应力 $\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ 、等效蠕变应变 $\bar{\epsilon}$ 和等效蠕变应变率 $\dot{\bar{\epsilon}} = 2\sqrt{I_2/3}$ 之间的关系与单轴蠕变中的应力 σ 、蠕变应变 ϵ 和蠕变应变率 $\dot{\epsilon}$ 之间的关系相同, 即多轴蠕变存在与单轴蠕变规律相当的等效关系。这里应力的第二不变量为 $J_2 = 1/2 S_{ij} S_{ij}$, 蠕变应变率的第二不变量为 $I_2 = 1/2 \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ 。

将(1)式代入 I_2 的表达式可得 $I_2 = \lambda^2 J_2$, 因此塑性乘子为:

$$\lambda = \frac{3}{2\bar{\sigma}} \cdot \frac{d\bar{\epsilon}}{dt} \quad (2)$$

如果单轴蠕变率 $\dot{\epsilon}$ 采用时间硬化规律:

$$\dot{\epsilon} = A n \bar{\sigma}^m t^{n-1} \quad (3)$$

则根据“单一曲线假设”, 多轴的等效蠕变率 $\dot{\bar{\epsilon}}$ 相似地可写成:

$$\dot{\bar{\epsilon}} = A n \bar{\sigma}^m t^{n-1} \quad (4)$$

将方程(2)、(4)代入(1)得到时间硬化的多轴蠕变流动法则(无损伤):

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} S_{ij} \cdot A n \bar{\sigma}^{m-1} \cdot t^{n-1} \quad (5)$$

1.2 耦合损伤的蠕变演化方程

金属的蠕变损伤对应晶间微裂纹成核与生长的过程, 在恒载或缓慢增加的载荷下是时间的单增函数, 随着温度升高而趋于明显^[2]。对于多晶体合金来说, 可以假设蠕变损伤是各向同性的, 根据 Rabotnov 蠕变损伤法则^[2], 损伤 D 的演化方程为:

$$\dot{D} = [\hat{J}_2/B]^r \cdot (1-D)^{-k} \quad (6)$$

其中:

$$\hat{J}_2 = \frac{3}{2} \hat{S}_{ij} \hat{S}_{ij}, \quad \hat{S}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

此处引入了 Lemaitre 应变等价原理^[2]。这种形式的损伤演化律在蠕变第一和第二阶段给出很低的损伤。经过与 1.1 节相同的推导过程, 可得耦合损伤的时间硬化的蠕变率为:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \hat{S}_{ij} \cdot A n \bar{\sigma}^{m-1} \cdot t^{n-1} \quad (7)$$

其中: $\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ 为损伤等效应力。方程(6)和(7)式就是耦合损伤的时间硬化型蠕变本构方程, 其中 A, m, n 为蠕变参数, B, r, k 为损伤参数, 它们都是与温度有关的材料常数, 需要通过实验加以确定。

单轴加载时, 可以将方程(6)、(7)简化为:

$$\dot{D} = \left[\frac{\sigma}{B} \right]^r \cdot (1-D)^{-k} \quad (8)$$

$$\dot{\epsilon} = A n \cdot \left[\frac{\sigma}{1-D} \right]^m \cdot t^{n-1} \quad (9)$$

2 材料参数的确定方法

假设初始状态 $t = 0$ 时, $D = 0$; 则将方程(8)进行积分:

$$t = \int_0^D \frac{1}{\dot{D}} dD = \frac{1}{k+1} \cdot [1 - (1-D)^{k+1}] \cdot \left(\frac{\sigma}{B} \right)^{-r} \quad (10)$$

若发生蠕变断裂 $t = t_c$ 时, $D = D_c$, 由上式可得蠕变断裂时间的表达式为:

$$t_c = \frac{1}{k+1} [1 - (1-D_c)^{k+1}] \cdot \left(\frac{\sigma}{B} \right)^{-r} \quad (11)$$

对大多数的金属及合金来说, $k = 5 \sim 15$, 而 $D_c = 0.2 \sim 0.9$, 所以 $(1-D_c)^{k+1}$ 与 1 在数值上相比是非常小的, 可以忽略^[1]。故式(11)可近似为:

$$t_c = \frac{1}{k+1} \left(\frac{\sigma}{B} \right)^{-r}$$

而式(10)可以写成:

$$D = 1 - \left[1 - \frac{t}{t_c} \right]^{1/(k+1)} \quad (12)$$

这样, 在每个温度下, 只需要两条不同应力水平的蠕变实验曲线(可读取到 t_c) 就可以求得参数 r 和 B 的初值:

$$r = \frac{\ln t_{c1} - \ln t_{c2}}{\ln \sigma_2 - \ln \sigma_1} \quad (13)$$

$$B = \frac{\sigma_1 [t_{c1}(k+1)]^{1/r} + \sigma_2 [t_{c2}(k+1)]^{1/r}}{2} \quad (14)$$

至于蠕变参数可以取初值分别为 $A = 10^{-10}$, $m = 1.0$, $n = 1.0$ 。至此, 所有参数都可以得到一个初始数值, 但是它们对于精确模拟材料的蠕变实验曲线来说还是比较粗糙的, 所以必须采用优化的方法加以解决。优化的目标函数可以取为:

$$\Delta = \sum_{\text{test-type}} \frac{1}{NP} \sum_{i=1}^{NP} \left(\frac{\epsilon_{i, \text{theory}} - \epsilon_{i, \text{test}}}{\epsilon_{i, \text{test}}} \right)^2$$

其中: NP 是每类实验的数据点数, 是材料参数 A, m, n, B, r, k 的泛函。采用 $L-M$ 非线性优化算法^[3], 将耦合损伤的单轴蠕变本构方程编制成材料参数优化程序, 就可以得到材料的蠕变和损伤参数。

3 应用实例

所用材料为镍基高温合金 Udimet720Li, 它在 $600^{\circ}\text{C} \sim 900^{\circ}\text{C}$ 范围内具有良好的机械性能, 主要用作航空发动机的涡轮盘材料。在温度为 650°C 和 700°C 下, 按本文方法得到的材料常数见表 1。在每个温度下, 确定这些参数所需的试验是两个不同应力水平的蠕变实验。

表 1 Udimet720Li 耦合损伤的蠕变本构材料常数

Table 1 Parameters of creep equations for Udimet720Li

$T/^{\circ}\text{C}$	650°C	700°C
A	$0.144\text{E}-49$	$0.264\text{E}-28$
m	15.8	9.0
n	0.936	0.952
B	1463	1279
k	25	8
r	16.32	11.06

3.1 单轴试验数值验证

采用自适应的前向 Euler 显式积分算法^[4], 将上述耦合损伤的时间硬化型蠕变本构模型通过 UMAT 子程序编入 ABAQUS 有限元软件。利用表 1 的材料参数, 对两个温度 4 种不同恒应力水平进行有限元计算, 并与实验曲线进行对比, 如图 1 和图 2 所示。可以看出, 数值模拟与实验数据有良好的一致性, 这说明利用耦合损伤的时间硬化型蠕变本构模型可较好地模拟 Udimet720Li 在高温单轴应力情形下包括损伤迅速增长阶段的蠕变变形。

在图 1 和图 2 中, 还有两条变应力蠕变计算

曲线。当载荷状态由低应力情形改变到高应力时, 蠕变仍然会沿着与高应力恒载时候相同的方向发展, 反之亦然。损伤随时间的演化与此类似。

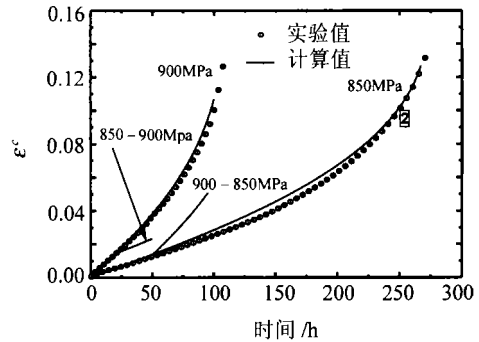


图 1 在 650°C 时的蠕变的模拟结果

Fig 1 Simulations of creep (650°C)

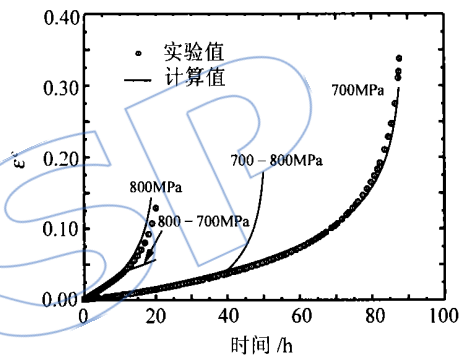


图 2 在 700°C 时的蠕变模拟结果

Fig 2 Simulations of creep (700°C)

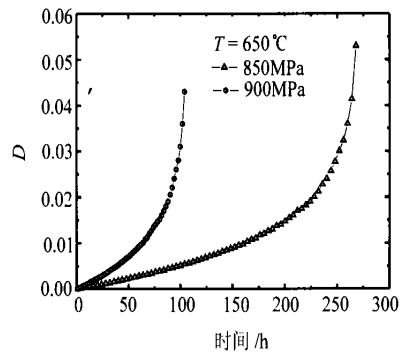


图 3 损伤随时间的演化曲线 (650°C)

Fig 3 The evolution of creep damage (650°C)

图 3 和图 4 分别是图 1 与图 2 对应的损伤随时间的演化曲线, 从中可以看出:

- (1) 相同温度下, 应力越大, 损伤发展越快, 从而达到断裂的时间就越短。
- (2) 温度升高时, 虽然应力减小, 但是材料却受到了更大程度的损伤。

图 5 是损伤 D 随 t/t_c 变化的情况, 可见:

(1) 在同一温度下, 不同应力水平的损伤发展几乎是一致的, 只是达到断裂时的损伤值不同, 这说明应力对损伤演化的影响要小于损伤本身的影响, 从(14)式也可得到同样的结论。

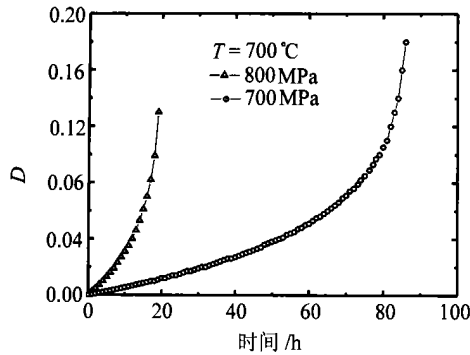


图 4 损伤随时间的演化曲线(700°C)

Fig 4 The evolution of creep damage (700°C)

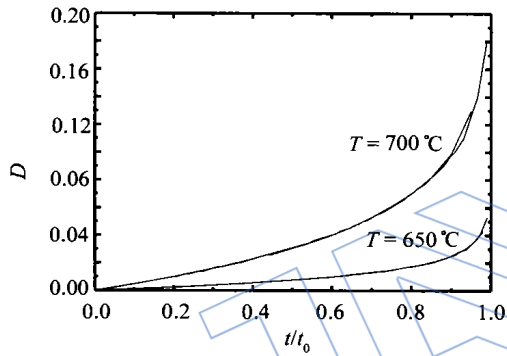


图 5 不同温度下的损伤 $D-t/t_c$ 发展曲线

Fig 5 The $D-t/t_c$ curves at different temperatures

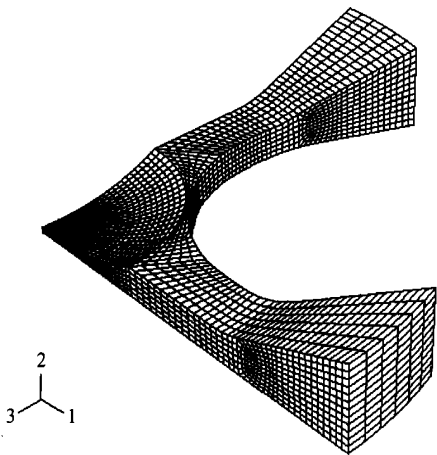


图 6 多轴蠕变计算模型

Fig 6 The FEM model for calculation of multi-axial creep

(2) 温度升高对损伤的影响要大于应力增加所产生的影响, 即, 温度升高使材料承受的损伤增

大。

3 2 双轴蠕变计算

为了分析在多轴应力状态下耦合损伤的蠕变情况, 本文采用如图 6 所示的有限元模型为研究对象, 取 650°C 的参数, 研究了在双轴比例加载条件下, 十字架中心部位应力状态和损伤演化的特性。

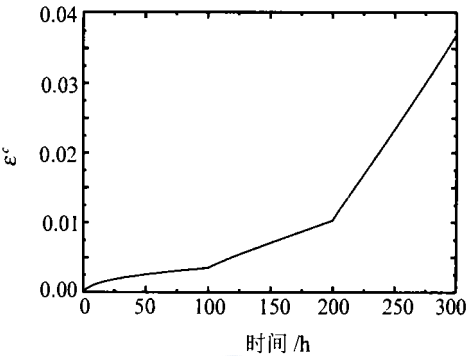


图 7 第 1 方向和第 3 方向等效蠕变曲线

Fig 7 The equivalent creep curve in 1, 3 direction

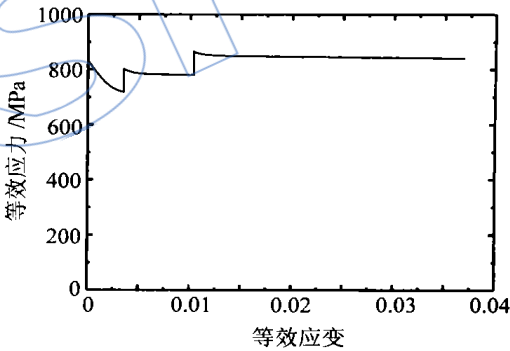


图 8 十字架中心等效应力应变关系

Fig 8 The curve of equivalent stress-strain at the center

在 1 方向和 3 方向所加的步进载荷分别为: 100 MPa, 110 MPa, 120 MPa, 每级载荷保持 100 小时。取中心第 6 单元的计算结果, 如图 7~ 10 所示, 分别为等效蠕变应变- 时间关系曲线, 等效应力- 应变曲线, 损伤演化曲线以及加载结束时的损伤分布图。

从这些结果中看出, 双轴比例加载条件下, 危险部位变形和损伤体现出如下特点:

(1) 加载方向的蠕变速率随着载荷增加明显加快(图 7)。

(2) 由于变形受到了一定的限制, 使得应力具有不同程度的松弛特点, 当载荷加大时, 应力又会上升(图 8)。

(3) 损伤的演化具有和蠕变变形类似的特点, 当载荷增加, 损伤速率加快(图 9)。

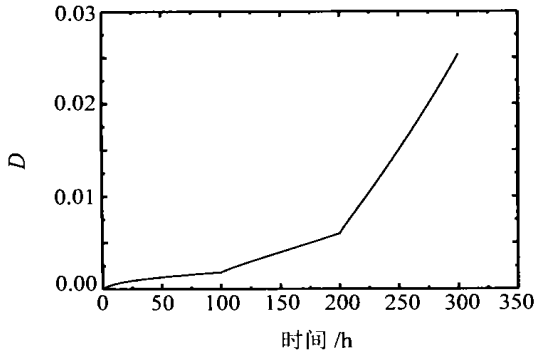


图 9 十字架中心的损伤演化曲线

Fig 9 The evolution of damage at the center

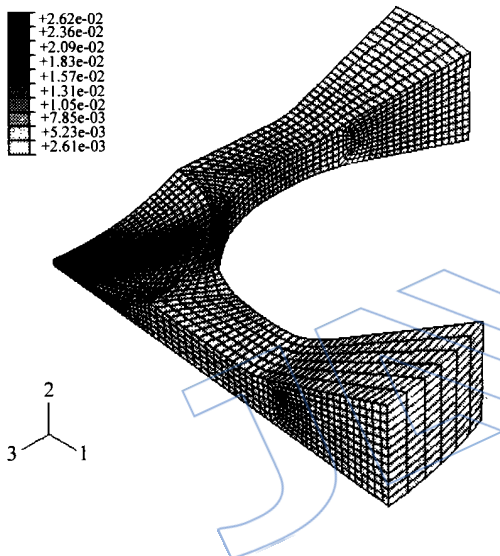


图 10 加载结束时的损伤场

Fig 10 The damage field at the end of loading

(4) 损伤从中心开始, 沿着 1、3 方向的对角线分布, 且在中心部位具有最大值(图 10)。

4 结 论

通过以上的研究, 可得如下结论:

(1) 本文提出的耦合损伤的时间硬化多维蠕变本构方程, 能够较好地建模高温合金 Udimet720Li 的单轴蠕变特性。

(2) 由于引入损伤, 克服了经典蠕变定律的缺陷, 为工程上关于蠕变的研究提供了一个很好的范例。

(3) 运用损伤力学的研究成果, 可以将经典的蠕变本构方程(并不限于时间硬化的蠕变律, 也可以是应变硬化的蠕变律)推广到多维形式, 从而用于如涡轮盘这样的构件进行比较准确的蠕变分析。

(4) 可以与先进的粘塑性统一本构理论相结合, 综合考虑单调加载, 循环加载以及蠕变, 使本构方程趋于完整。

参考文献

- [1] 航空发动机设计手册(第 18 分册)[Z]. 北京: 航空工业出版社, 2001.
- [2] Lemaitre J, Chaboche J L. Mechanics of Solid Materials[D]. Cambridge University Press, UK, 1990.
- [3] Moré J. The Levenberg-Marquadt Algorithm: Implementation and Theory, in: Watson G A, ed Lecture Notes in Mathematics 630: Numerical Analysis[M]. Berlin: Springer verlag, 1978: 105- 116.
- [4] 杨晓光, 耿瑞. 粘塑性材料结构的有限元分析方法[J]. 航空动力学报, 1998, 13(4): 380- 384.